PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 30. 28. April 1900. 1. Jahrgang.

INHALT.

Originalmitteilungen:
A. Righi, Über das Zeemansche Phänomen in dem allgemeinen Falle eines beliebig gegen die Richtung der magnetischen Kraft geneigten Lichtstrahles. S. 329.
C. Heinke, Über den Widerstand des Wehnelt-Unterbrechers. S. 334.
Personalien. S. 336.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über das Zeemansche Phänomen in dem allgemeinen Falle eines beliebig gegen die Richtung der magnetischen Kraft geneigten Lichtstrahles. [1]

Von A. Righi.

I. Einleitung.

1. Die Veränderungen, welche das Linienspektrum eines Gases durch ein Magnetfeld erleidet, sind bisher nur für die zwei speciellen Fälle untersucht worden, dass das Licht sich parallel oder senkrecht zur Richtung der magnetischen Kraft fortpflanzt, nicht aber für den allgemeinen Fall einer beliebig gegen die magnetische Kraft geneigten Fortpflanzungsrichtung. Es war meine Absicht, das Studium des Zeemanschen Phänomens für diesen allgemeinsten Fall vorzunehmen; ich beginne damit, dasselbe in seiner einfachsten Gestalt zu betrachten, wie sie sich auf Grund der Lorentzschen Theorie voraussehen lässt. Die folgenden Darlegungen gelten darum vollständig nur für diejenigen Linien, welche, wenn das Licht sich senkrecht zu den Kraftlinien fortpflanzt, das normale Triplet erzeugen.

Freilich bietet die auf der Lorentzschen Theorie fussende Hypothese — dass nämlich die Schwingung eines lichtaussendenden Teilchens durch zwei entgegengesetzt cirkulare Schwingungen von den Schwingungszahlen $N+n$ und $N-n$ ersetzt wird, wenn N die ursprüngliche Schwingungszahl bezeichnet — zwar eine unmittelbare Erklärung des Zeemanschen Phänomens parallel zur Feldrichtung, nicht so leicht aber vermag sie von der Erscheinung senkrecht zur Feldrichtung Rechenschaft zu geben. Wie weiterhin gezeigt werden wird, braucht man jedoch nur die Schwingung des Teilchens im Raume zu betrachten, oder mit anderen Worten ausser den transversalen Komponenten auch diejenige parallel zur Fortpflanzungsrichtung zu berücksichtigen, so lässt sich aus jener Hypothese das Zeemansche Phänomen nicht allein für den Fall der transversalen Fortpflanzung ableiten, sondern auch für den allgemeinen Fall, welcher den Gegenstand der vorliegenden Untersuchung bildet.

1) Auszug aus einer am 17. Dezember 1899 vor der Akademie der Wissenschaften in Bologna verlesenen Abhandlung.

II Das Zeemansche Phänomen in dem allgemeinsten Falle.

2. Um festzustellen, welche Schwingung von einem Ion der im Magnetfelde befindlichen Lichtquelle in einer beliebigen Richtung ausgesandt wird, gehe ich in folgender Weise vor. Ich zerlege die Schwingung, welche das Ion im Raume ausführt, so lange das Magnetfeld nicht besteht, in eine geradlinige Schwingung parallel zur Richtung der magnetischen Kraft und in zwei entgegengesetzt cirkulare Schwingungen in der zur Feldrichtung normalen Ebene; sodann setze ich in den Formeln für die beiden cirkularen Schwingungen an Stelle der Schwingungszahl N beziehungsweise $N+n$ und $N-n$. Danach berechne ich die Komponenten der drei Schwingungen längs dreier zu einander rechtwinkliger Axen, von welchen die eine in der Fortpflanzungsrichtung liegen soll. Die beiden zu dieser letzteren Richtung rechtwinkligen Komponenten stellen dann die durch das Magnetfeld veränderte Schwingung dar, welche sich in der betrachteten Richtung fortpflanzt.

Es sei O (Fig. 1) das schwingende Teilchen, Ov die Richtung der magnetischen Kraft, Oz die betrachtete Fortpflanzungsrichtung, Oy die Normale zur Ebene zOv, Ox die zur Ebene zOy senkrechte Richtung, und Ou die Senkrechte zur Ebene zOy. Die Geraden Ox und Ou liegen in der Ebene zOv, die wir Meridianebene nennen wollen. Es seien nun

1) $x=a\sin(\vartheta-\alpha), y=b\sin(\vartheta-\beta), z=c\sin(\vartheta-\gamma)$

die Komponenten der Schwingung des Ions parallel zur x-, y- und z-Axe, wenn kein Magnetfeld vorhanden ist, wobei $\vartheta=2\pi t/T=2\pi Nt$ ist und T die Schwingungsdauer, N die Schwingungszahl pro Sekunde bezeichnen soll.

Da nun in jeder Richtung natürliches Licht ausgesandt wird, so gelten die Bedingungen[1])

$$M(a^2) = M(b^2) = M(c^2),$$

$$2)\quad M[ab\cos(\alpha-\beta)] = 0,\ M[ab\sin(\alpha-\beta)] = 0,$$
$$M[ac\cos(\alpha-\gamma)] = 0, \text{ etc.},$$

worin mit $M(a^2)$, $M[ab\cos(\alpha-\beta)]$ etc. die Mittelwerte von a^2, $ab\cos(\alpha-\beta)$ etc. für ein sehr kurzes, aber im Vergleich zu T langes Zeitintervall bezeichnet sind.

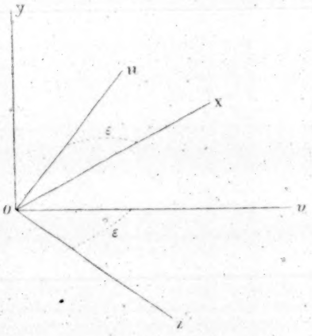

Fig. 1.

Bezeichnen wir mit ε den Winkel zOv, so ergeben sich die Komponenten nach den Axen Ou, Oy und Ov

$$u = a\cos\varepsilon\sin(\vartheta-\alpha) - c\sin\varepsilon\sin(\vartheta-\gamma),$$
$$y = b\sin(\vartheta-\beta),$$
$$v = a\sin\varepsilon\sin(\vartheta-\alpha) + c\cos\varepsilon\sin(\vartheta-\gamma).$$

und wenn wir $u = u_d + u_s$, $y = y_d + y_s$ setzen, können wir schreiben

$$\left\{\begin{aligned} u_d &= \frac{a}{2}\cos\varepsilon\sin(\vartheta-\alpha) - \frac{b}{2}\cos(\vartheta-\beta) - \frac{c}{2}\sin\varepsilon\sin(\vartheta-\gamma),\\ y_d &= \frac{a}{2}\cos\varepsilon\cos(\vartheta-\alpha) + \frac{b}{2}\sin(\vartheta-\beta) - \frac{c}{2}\sin\varepsilon\cos(\vartheta-\gamma),\end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} u_s &= \frac{a}{2}\cos\varepsilon\sin(\vartheta-\alpha) + \frac{b}{2}\cos(\vartheta-\beta) - \frac{c}{2}\sin\varepsilon\sin(\vartheta-\gamma),\\ y_s &= -\frac{a}{2}\cos\varepsilon\cos(\vartheta-\alpha) + \frac{b}{2}\sin(\vartheta-\beta) + \frac{c}{2}\sin\varepsilon\cos(\vartheta-\gamma).\end{aligned}\right.$$

1) Mascart, Traité d'Optique, t. 1, S. 541.

Auf diese Weise ist die gegebene Schwingung durch die Schwingung v und die beiden cirkularen Schwingungen $(u_d\, y_d)$ und $(u_s\, y_s)$ ersetzt, von welchen die erstere rechts-, die letztere linkscirkular ist.

Bezeichnen wir nun mit U_d und Y_d die Werte, in welche u_d und y_d übergehen, wenn wir N durch $N+n$, oder ϑ durch $\vartheta+\omega$ (worin $\omega = 2\pi nt$ ist) ersetzen und andererseits mit U_s und Y_s die Werte, welche aus u_s und y_s hervorgehen, wenn $\vartheta-\omega$ an Stelle von ϑ gesetzt wird, so stellen die Komponenten U_d+U_s, Y_d+Y_s und $V=v$ die durch das Magnetfeld veränderte Schwingung dar; letzteres ist dabei als rechtsdrehend angenommen, d. h. dasselbe soll durch einen, für den von v nach O blickenden Beobachter rechtsläufigen Strom erzeugt sein. Bezeichnen wir ferner mit X, Y und Z die Komponenten in der Richtung der ursprünglichen Axen, so ergiebt sich

$$X = (U_d + U_s)\cos\varepsilon + V\sin\varepsilon,\ Y = Y_d + Y_s,$$
$$Z = -(U_d + U_s)\sin\varepsilon + V\cos\varepsilon,$$

und wenn

$$X_d = U_d\cos\varepsilon,\ X_s = U_s\cos\varepsilon,\ X_r = V\sin\varepsilon$$

gesetzt wird, so findet sich schliesslich

$$X_r = \sin\varepsilon\,[a\sin\varepsilon\sin(\vartheta-\alpha) + c\cos\varepsilon\sin(\vartheta-\gamma)],$$

$$3)\quad \left\{\begin{aligned} X_d &= \left[\frac{a}{2}\cos\varepsilon\sin(\vartheta+\omega-\alpha) - \frac{b}{2}\cos(\vartheta+\omega-\beta) - \frac{c}{2}\sin\varepsilon\sin(\vartheta+\omega-\gamma)\right]\cos\varepsilon,\\ Y_d &= \frac{a}{2}\cos\varepsilon\cos(\vartheta+\omega-\alpha) + \frac{b}{2}\sin(\vartheta+\omega-\beta) - \frac{c}{2}\sin\varepsilon\cos(\vartheta+\omega-\gamma),\\ X_s &= \left[\frac{a}{2}\cos\varepsilon\sin(\vartheta-\omega-\alpha) + \frac{b}{2}\cos(\vartheta-\omega-\beta) - \frac{c}{2}\sin\varepsilon\sin(\vartheta-\omega-\gamma)\right]\cos\varepsilon,\\ Y_s &= -\frac{a}{2}\cos\varepsilon\cos(\vartheta-\omega-\alpha) + \frac{b}{2}\sin(\vartheta-\omega-\beta) + \frac{c}{2}\sin\varepsilon\cos(\vartheta-\omega-\gamma).\end{aligned}\right.$$

Bezeichnen wir ferner mit $\mathfrak{J}_r$, $\mathfrak{J}_d$ und $\mathfrak{J}_s$ die Intensitäten der drei Schwingungen X_r, (X_d, Y_d) und (X_s, Y_s), und berücksichtigen wir die Gleichungen 2), so ergiebt sich, wenn wir noch $M(a^2) + M(b^2) = 2\,M(a^2) = \mathfrak{J}$ setzen,

$$4)\quad \left\{\begin{aligned} \mathfrak{J}_r &= \tfrac{1}{2}\,\mathfrak{J}\sin^2\varepsilon\\ \mathfrak{J}_d &= \mathfrak{J}_s = \tfrac{1}{4}\,\mathfrak{J}(1+\cos^2\varepsilon).\end{aligned}\right.$$

Der Inhalt der Gleichungen 3) und 4) lässt sich folgendermassen in Worten ausdrücken:

Während bei Fehlen eines Magnetfeldes in jeder Richtung natürliches Licht von der Schwingungszahl N pro Sekunde ausgesandt wird, pflanzen sich bei Erregung des Magnetfeldes in einer Rich-

tung, welche mit derjenigen des Feldes einen beliebigen Winkel ε einschliesst, drei polarisierte Strahlen fort, und zwar ein Strahl mit geradlinigen Schwingungen, die in der Meridianebene vor sich gehen, deren Schwingungszahl gleich der ursprünglichen N, und deren Intensität gleich dem Produkt aus der ursprünglichen Intensität und $\frac{1}{2} \sin^2 \varepsilon$ ist, sowie zwei Strahlen mit elliptischen Schwingungen, deren Intensitäten gleich dem Produkt aus der ursprünglichen Intensität und $\frac{1}{4}(1 + \cos^2 \varepsilon)$ sind, und von welchen die eine rechtsläufig mit einer Schwingungszahl $N + n$ pro Sekunde, die andere linksläufig mit $N - n$ Schwingungen pro Sekunde ist. Beide haben die gleichen Ellipsen, die kleine Axe liegt bei beiden in der Meridianebene, und das Axenverhältnis ist $= \cos \varepsilon$.

Berücksichtigen wir die Beziehungen zwischen X_r und V, zwischen X_d und U_d, sowie zwischen X_s und U_s, so können wir das vorstehende Resultat auch durch das folgende ersetzen:

Man erhält die drei Schwingungen, welche das im Magnetfeld befindliche leuchtende Teilchen an Stelle der ursprünglichen, bei Fehlen eines Magnetfeldes stattfindenden Schwingung aussendet, indem man auf die zur Fortpflanzungsrichtung senkrechte Ebene, also die Wellenebene, die drei Schwingungen ζ, (u_d, y_d) und (u_s, y_s) projiciert, von welchen die erste geradlinig und parallel zu den Kraftlinien gerichtet ist, während die beiden anderen entgegengesetzt cirkular sind und in der zu den Kraftlinien senkrechten Ebene stattfinden, und welche zusammen der ursprünglichen Schwingung des Teilchens äquivalent sind; jedoch ist in den beiden cirkularen Komponenten dieser letzteren die Schwingungszahl N beziehungsweise durch $N + n$ und $N - n$ zu ersetzen.

3. Das erhaltene Resultat lässt noch eine andere Interpretation zu. Die transversalen Komponenten x, y der durch Gleichung 1) dargestellten Schwingung lassen sich in

$$x = x_r + x_d + x_s, \quad y = y_d + y_s$$

zerlegen, worin

$$x_r = \sin \varepsilon \left[a \sin \varepsilon (\vartheta - \alpha) + \cos \varepsilon \sin (\vartheta - \gamma) \right],$$

$$x_d = \left[\frac{a}{2} \cos \varepsilon \sin (\vartheta - \alpha) - \frac{b}{2} \cos (\vartheta - \beta) - \frac{c}{2} \sin \varepsilon \sin (\vartheta - \gamma) \right] \cos \varepsilon,$$

$$(5) \quad \begin{aligned} y_d &= \frac{a}{2} \cos \varepsilon \cos (\vartheta - \alpha) + \frac{b}{2} \sin (\vartheta - \beta) - \frac{c}{2} \sin \varepsilon \cos (\vartheta - \gamma), \\ x_s &= \left[\frac{a}{2} \cos \varepsilon \sin (\vartheta - \alpha) + \frac{b}{2} \cos (\vartheta - \beta) - \frac{c}{2} \sin \varepsilon \sin (\vartheta - \gamma) \right] \cos \varepsilon, \\ y_s &= -\frac{a}{2} \cos \varepsilon \cos (\vartheta - \alpha) + \frac{b}{2} \sin (\vartheta - \beta) + \frac{c}{2} \sin \varepsilon \cos (\vartheta - \gamma) \end{aligned}$$

zu setzen ist; und man braucht dann nur, um zu den Gleichungen (3) zu gelangen, in den Ausdrücken für x_d und y_d $\vartheta + \omega$ an Stelle von ϑ, und in den Ausdrücken für x_s und y_s $\vartheta - \omega$ an Stelle von ϑ zu setzen. Daraus ergiebt sich dann die folgende Regel:

An Stelle der Transversalkomponenten der Eigenschwingung des lichtaussendenden Teilchens setze man die drei folgenden, denselben äquivalenten Komponenten: 1. Eine in der Meridianebene stattfindende geradlinige Schwingung, deren Intensität gleich dem Produkte aus der Gesamtintensität des bei Fehlen des Magnetfeldes ausgesandten Lichtes und dem Faktor $\frac{1}{2} \sin^2 \varepsilon$ ist; 2. Zwei elliptische Schwingungen, welche sich nur dadurch unterscheiden, dass die eine rechtsläufig und die andere linksläufig ist; die kleine Axe der Ellipse liegt bei beiden in der Meridianebene, das Axenverhältnis ist $= \cos \varepsilon$ und die Intensität einer jeden ist gleich dem Produkte aus der Gesamtintensität des bei Fehlen des Magnetfeldes ausgesandten Lichtes und dem Faktor $\frac{1}{4}(1 + \cos^2 \varepsilon)$. Darauf ersetze man, während die Schwingungszahl der ersten Komponente unverändert bleibt, bei derjenigen elliptischen Schwingung, deren Bewegung derjenigen des magnetisierenden Stromes gleichgerichtet ist, die Schwingungszahl N durch $N + n$, bei der anderen ersetze man N durch $N - n$; so erhält man die transversalen Komponenten der unter dem Einfluss des Magnetfeldes ausgesandten Schwingung.

Es braucht kaum darauf hingewiesen zu werden, dass für $\varepsilon = 0$ die vorstehende Regel in die für die Emission parallel zu den Kraftlinien gültige übergeht, während sie für $\varepsilon = 90^0$ dem anderen Hauptfalle, nämlich der Emission senkrecht zu den Kraftlinien entspricht. Dagegen wollen wir hervorheben, dass unter der Annahme $c = 0$, d. h. bei Nichtberücksichtigung der longitudinalen Komponente, die Intensität der seitlichen Linien gleich einem Achtel, an-

statt, wie sich aus der zweiten der Gleichungen (4) ergiebt, gleich einem Viertel der ursprünglichen Intensität gefunden würde.

4. Eine Eigenschaft, welche ich früher für den speciellen Fall des Zeemanschen Phänomens parallel zu den Kraftlinien nachgewiesen habe,[1]) lässt sich nunmehr verallgemeinern. Die Komponenten $X = X_r + X_d + X_s$, $Y = Y_d + Y_s$ und Z lassen sich folgendermassen schreiben:

$$X = x(\sin^2\varepsilon + \cos^2\varepsilon\cos\omega) + y\cos\varepsilon\sin\omega$$
$$+ z\sin\varepsilon\cos\varepsilon(1 - \cos\omega),$$
$$Y = -x\cos\varepsilon\sin\omega + y\cos\omega + z\sin\varepsilon\sin\omega,$$
$$Z = x\sin\varepsilon\cos\varepsilon(1 - \cos\omega) - y\sin\varepsilon\sin\omega$$
$$+ z(\cos^2\varepsilon + \sin^2\varepsilon\cos\omega).$$

Beobachtet man nun, welches die Koeffizienten von x, y und z in diesen drei Gleichungen sind, so erkennt man, dass die XYZ die nach den Axen Ox, Oy und Oz genommenen Komponenten der Schwingungen x, y und z sind, nachdem dieselben eine Drehung um einen Winkel ω im Sinne des magnetisierenden Stromes um die Richtung Ov als Drehungsaxe erlitten haben. Daraus ergiebt sich, dass die durch das Magnetfeld hervorgebrachte Wirkung identisch ist mit derjenigen, welche man erhält, wenn man mit der Eigenschwingung des lichtaussendenden Teilchens eine Rotation um die Feldrichtung verbindet, die sich im Sinne des magnetisierenden Stromes und mit einer Geschwindigkeit von n Drehungen pro Sekunde vollzieht.

Nunmehr tritt auch die Notwendigkeit, die longitudinale Komponente der ursprünglichen Schwingung zu berücksichtigen, deutlicher hervor, da diese Komponente ja infolge der Rotation ihren ursprünglichen Charakter nicht beibehält. So müssen beispielsweise in dem besonderen Falle der Emission senkrecht zu den Kraftlinien die beiden Komponenten y und z, welche beide um die Richtung der Komponente x rotieren, in gleichem Masse zur Erzeugung des Phänomens beitragen.

Man begreift ferner, weshalb die Lorentzsche Theorie nicht die einzige ist, welche man zur Erklärung des Zeemanschen Phänomens heranziehen kann. In der That bietet jede Theorie, welche die Annahme mit sich bringt, dass in dem Magnetfelde eine Rotationsbewegung um die Kraftlinien stattfindet und dass diese Rotation sich mit der Schwingungsbewegung zusammensetzt, ohne weiteres eine Erklärung des Zeemanschen Phänomens.

5. Die Veränderungen, welche das Zeemansche Phänomen schrittweise erleidet, wenn man von dem Falle, in welchem $\varepsilon = 90^0$ ist, zu dem Falle $\varepsilon = 0^0$ übergeht, sind nunmehr leicht zu verstehen. Ist $\varepsilon = 90^0$, so erscheinen im Spektrum an Stelle einer Emissionslinie deren drei, von welchen die mittlere, welche durch Schwingungen parallel zu den Kraftlinien hervorgebracht ist, die doppelte Intensität der beiden äusseren besitzt, deren Schwingungen senkrecht zu den Kraftlinien stattfinden. Bei abnehmendem Werte von ε verliert die mittlere Linie an Intensität, aber sie verdankt ihre Entstehung immer noch Schwingungen, welche parallel zu den Kraftlinien stattfinden, während die beiden seitlichen Linien nunmehr aus elliptischen Schwingungen (mit der grossen Axe senkrecht zu den Kraftlinien) bestehen und an Intensität zunehmen. Ist $tg\,\varepsilon = \sqrt{2}$ geworden, also $\varepsilon =$ ca. $54^0\,44'$, so haben die drei Linien gleiche Intensität. Bei weiterer Abnahme von ε sinkt die Intensität der mittleren Linie unter diejenige der beiden äusseren; bei $\varepsilon = 0^0$ ist die mittlere Linie ganz verschwunden, die beiden äusseren erreichen ein Maximum der Intensität und sind cirkularpolarisiert.

1) Rendic. R. Acc. dei Lincei (5) **7**, 1. Sem., S. 301. 1898.

III. Experimentelle Belege.

6. Der Elektromagnet trägt zwei cylindrokonische Polansätze $ABCDE$ (Fig. 2), welche von konischen Spulen $FGLH$ umgeben sind;

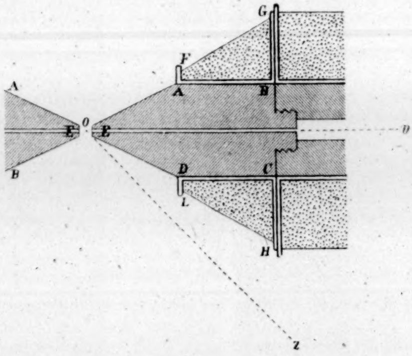

Fig. 2.

diese sind mit den Hauptspulen des Magnets in Serie geschaltet. Die Endflächen E sind ca. 1 cm weit von einander entfernt, und die Intensität des Magnetfeldes kann im Punkte O bis auf 12000 absolute Einheiten gebracht werden. Während die Richtung Oz des untersuchten Lichtes unverändert bleibt, kann der Winkel $zOv = \varepsilon$ in messbarer Weise geändert werden, indem der Apparat auf einem mit Gradteilung versehenen drehbaren Tische mon-

tiert ist. Die in O befindliche Lichtquelle ist durch eine Folge von Funken gebildet, welche zwischen fest angebrachten Metalldrähten übergehen und von einem grossen Induktionsapparat mit Kondensatoren und elektrolytischem Unterbrecher erzeugt werden. Die Drähte bestanden aus Zink oder aus Cadmium oder aus Magnesium; die Untersuchung betraf die Linie 4678 des Cadiums, die Linie 4680 des Zinks und die Linie 5167 des Magnesiums, welche sämtlich das normale Triplet liefern.

Der optische Apparat bestand aus einem grossen Rowlandschen Konkavgitter von 16 cm Breite und 644 cm Radius. Die Beobachtungen wurden im Spektrum zweiter Ordnung gemacht, in welchem die beiden Natriumlinien ungefähr 1—2 cm von einander abstehen.

7. Bis auf die durch die Reflexion verursachten Störungen zeigten sich die Beobachtungsresultate stets mit den theoretischen Erwartungen im Einklang. So erschienen bei $\varepsilon = 54^0 44'$ die drei Linien des Triplets nicht von genau gleicher Intensität, sondern die Intensität der mittleren Linie erschien, wie zu erwarten, etwas geringer als diejenige der beiden anderen.

Beobachtet man bei nicht zu kleinem ε die Linien durch ein Nicol, so lassen sich durch geeignete Orientierung dieses letzteren die Intensitäten der drei Linien gleich machen.

Bringt man das Nicol in den Weg der Lichtstrahlen, bevor dieselben auf das Gitter fallen, so ist das Beobachtungsresultat mit den gegebenen Formeln in Übereinstimmung.

Auch der Wert $\cos\varepsilon$ des Verhältnisses zwischen den Axen der elliptischen Schwingungen der äusseren Linien wird durch die Beobachtung bestätigt. Aus der Theorie folgt nämlich ohne Schwierigkeit, dass mit Hülfe eines Analysators für elliptische Schwingungen (bestehend aus einer $\frac{\lambda}{4}$-Platte und einem Nicol) eine der beiden seitlichen Linien zum Verschwinden gebracht werden kann. Das Versuchsergebnis entspricht den Voraussetzungen, und die Linie a (Fig. 3), welche sich unter dem Einfluss des Magnetfeldes in das Triplet b verwandelt, erhält bei Anwendung eines geeigneten elliptischen Analysators das Aussehen c oder d.

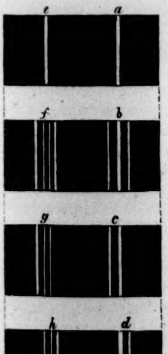

Fig. 3.

8. Obschon die hier entwickelte Theorie sich nur auf diejenigen Linien bezieht, welche das normale Triplet liefern, so scheint es doch, dass ihre Resultate auch für diejenigen Linien giltig bleiben, welche eine weitergehende Trennung darbieten. So zeigen die Linien 4800 des Cadmiums und 4722 des Zinks, welche unter dem Einfluss des Magnetfeldes je eine Gruppe f (Fig. 3) von vier Linien liefern, indem die mittlere Linie sich in zwei Komponenten spaltet, das Bild g oder h, wenn man den elliptischen Analysator in der beschriebenen Weise zur Anwendung bringt.

IV. Das Zeemansche Phänomen durch Absorption.

9. Die gefundenen Formeln gestatten im Verein mit dem Kirchhoffschen Prinzip auch das umgekehrte Phänomen für den allgemeinen Fall im voraus festzustellen. Ein Dampf, welcher Licht von der Periode $1:N$ zu absorbieren vermag, wird, wenn er unter der Einwirkung eines Magnetfeldes steht, geradlinige Schwingungen von der Periode $1:N$ absorbieren, welche parallel zur Feldrichtung stattfinden, ferner rechtsläufig elliptische Schwingungen von der Periode $1:(N+n)$, deren kleine Axe in der Meridianebene liegt und deren Axenverhältnis $= \cos\varepsilon$ ist, sowie linksläufig elliptische Schwingungen von der Periode $1:(N-n)$, deren kleine Axe ebenfalls in der Meridianebene liegt und deren Axenverhältnis ebenfalls $= \cos\varepsilon$ ist. Die Schwingung

$$x = a \sin(\vartheta - \alpha), \quad y = b \sin(\vartheta - \beta),$$

welche den Dampf durchsetzt, lässt sich in

$$x_r = a \sin^2\varepsilon \sin(\vartheta - \alpha),$$

$$6)\quad \begin{cases} x_d = \cos\varepsilon \left[\frac{a}{2}\cos\varepsilon \sin(\vartheta-\alpha) - \frac{b}{2}\cos(\vartheta-\beta)\right], \\ y_d = \frac{a}{2}\cos\varepsilon\cos(\vartheta-\alpha) + \frac{b}{2}\sin(\vartheta-\beta), \\ x_s = \cos\varepsilon\left[\frac{a}{2}\cos\varepsilon\sin(\vartheta-\alpha) + \frac{b}{2}\cos(\vartheta-\beta)\right], \\ y_s = -\frac{a}{2}\cos\varepsilon\cos(\vartheta-\alpha) + \frac{b}{2}\sin(\vartheta-\beta) \end{cases}$$

zerlegen. Wenn man nun mit X_N und Y_N die Komponenten der übrigbleibenden Schwingung von der Periode $1:N$, sowie mit J_N die zugehörige Intensität bezeichnet, so findet man leicht

$$7)\quad X_N = a\cos^2\varepsilon\sin(\vartheta-\alpha), \quad Y_N = b\sin(\vartheta-\beta), \quad J_N = J - a^2(1-\cos^4\varepsilon).$$

In ähnlicher Weise ergeben sich für die übrigbleibenden Schwingungen von den Perioden $1:(N+n)$ und $1:(N-n)$ die Gleichungen

$$8)\quad \begin{cases} X_{N+n} = \frac{a}{2}(1+\sin^2\varepsilon)\sin(\vartheta+\omega-\alpha) \\ \quad + \frac{b}{2}\cos\varepsilon\cos(\vartheta+\omega-\beta), \end{cases}$$

$$8)\quad \begin{cases} Y_{N+n} = -\frac{a}{2}\cos\varepsilon\cos(\vartheta+\omega-\alpha) \\ \qquad + \frac{b}{2}\sin(\vartheta+\omega-\beta), \\ \mathfrak{J}_{N+n} = \mathfrak{J} - \frac{3-\cos^2\varepsilon}{4}[a^2\cos^2\varepsilon + b^2 \\ \qquad - 2ab\cos\varepsilon\sin(\beta-\alpha)], \end{cases}$$

$$9)\quad \begin{cases} X_{N-n} = \frac{a}{2}(1+\sin^2\varepsilon)\sin(\vartheta-\omega-\alpha) \\ \qquad - \frac{b}{2}\cos\varepsilon\cos(\vartheta-\omega-\beta), \\ Y_{N-n} = \frac{a}{2}\cos\varepsilon\cos(\vartheta-\omega-\alpha) \\ \qquad + \frac{b}{2}\sin(\vartheta-\omega-\beta), \\ \mathfrak{J}_{N-n} = \mathfrak{J} - \frac{3-\cos^2\varepsilon}{4}[a^2\cos^2\varepsilon + b^2 \\ \qquad + 2ab\cos\varepsilon\sin(\beta-\alpha)]. \end{cases}$$

Aus den Formeln 7), 8) und 9) liesse sich das in den verschiedenen möglichen Fällen von natürlichem oder in bestimmter Weise polarisiertem Lichte für die drei Linien mit partieller Absorption übrigbleibende Licht vollständig definieren. Unter Berücksichtigung der Gleichungen 2) findet man z. B. für den Fall, dass das den Dampf durchsetzende Licht nicht polarisiert ist,

$$\mathfrak{J}_N = \tfrac{1}{2}\mathfrak{J}(1+\cos^4\varepsilon),$$
$$\mathfrak{J}_{N+n} = \mathfrak{J}_{N-n} = \tfrac{1}{2}\mathfrak{J} + \tfrac{1}{8}\mathfrak{J}\sin^4\varepsilon.$$

10. Aus diesen Formeln lassen sich unter anderem die nachstehenden Folgerungen ziehen.

Besteht das Licht aus geradlinigen, zur Meridianebene rechtwinkligen Schwingungen, so muss von den drei Linien mit teilweiser Absorption die mittlere fehlen.

Besteht dagegen das Licht, welches den Dampf durchsetzt, aus elliptischen Schwingungen mit der grossen Axe in der Meridianebene und mit einem Axenverhältnis $= \cos\varepsilon$, so muss von den seitlichen Schwingungen diejenige mit der Periode $1:(N+n)$ oder diejenige mit der Periode $1:(N-n)$ verschwinden, je nachdem die elliptische Schwingung links- oder rechtsläufig ist.

11. Zu diesem Zwecke angestellte Versuche haben diese Folgerungen bestätigt und zugleich gezeigt, dass die Erscheinungen genau den von der Theorie geforderten Verlauf darbieten.

Da ich keinen Dampf ausfindig machen konnte, welcher sich zu dem Versuche eignete und das normale Triplet darbietet, so musste ich die Linie 5351 des Thalliums und die D_1-Linie des Natriums studieren, welche zu Quadruplets werden, sowie die D_2-Linie, welche eine Gruppe von sechs Linien liefert. Es lag aber Grund zu der Vermutung vor (s. das Ende des vorhergehenden Abschnitts), dass das Verhalten dieser Linien bis auf die Intensitäten den theoretischen Annahmen entsprechen würde.

Die Linien wurden in der Weise erzeugt, dass unter Beobachtung gewisser Vorsichtsmassregeln ein das Chlorid des betreffenden Metalls enthaltendes Platinschälchen in eine zwischen den Magnetpolen befindliche Gebläseflamme gebracht wurde; der Zufluss von Luft und Leuchtgas zu dieser letzteren wurde sorgfältig reguliert.

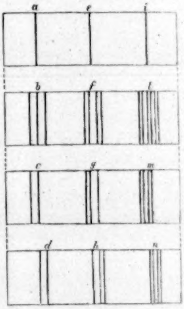

Fig. 4.

Die Schlussfolgerungen des § 10 fanden sich genau bestätigt. So fehlten, wenn die Schwingungen des einfallenden Lichtes senkrecht zur Meridianebene stattfanden, die beiden mittleren Linien, welche die einfache Mittellinie des normalen Triplets vertreten. Wurde das einfallende Licht in der im § 10 angegebenen Weise elliptisch polarisiert, so zeigten die Linien D_1 und D_2, welche mit natürlichem Lichte das Bild f, bezw. l darbieten (Fig. 4), das Bild g oder h, bezw. m oder n.

12. Es ist notwendig, dass die zu diesen Versuchen benutzte Flamme besonders schmale Absorptionslinien liefere. Verfährt man dagegen, wie dies mit dem gewöhnlichen Luftzugbrenner leicht zu erreichen ist, in der Weise, dass die Absorptionslinien sehr breit werden, und verwendet man ausserdem polarisiertes weisses Licht, so beobachtet man bei Benutzung eines Analysators komplizierte Erscheinungen, welche denjenigen ähneln, die unter analogen Bedingungen beobachtet wurden, wenn die Lichtstrahlen parallel oder senkrecht zu den Kraftlinien gerichtet waren.

Die Erklärung dieser Erscheinungen erfordert die Berücksichtigung der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten verschiedenartig polarisierter Strahlen und wahrscheinlich auch einer elliptischen Doppelbrechung; doch will ich über diesen Punkt für jetzt keine weiteren Angaben machen.

(Eingegangen 4. April 1900.)

Über den Widerstand des Wehnelt-Unterbrechers.

Von C. Heinke.

Die Ausführungen des Herrn E. Ruhmer in No. 27 dieser Zeitschrift (vgl. S. 303) veranlassen mich unter Hinweis auf die experimentellen Belege in meinem Aufsatz „Über

Wellenstromerreger" (vgl. Annalen der Physik 1900, Bd. I, Seite 326 und 441) an dieser Stelle auf einige Punkte gesondert aufmerksam zu machen, welche sich auf die Frage des elektrischen Widerstandes beim Wehnelt-Unterbrecher beziehen.

Alle bisherigen Beobachtungen weisen wohl unzweideutig darauf hin, dass der „Widerstand" des Wehnelt-Unterbrechers beim Arbeiten eine periodische Funktion der Zeit ist, sodass innerhalb des Verlaufes jeder Periode die momentanen Widerstandswerte rasche Veränderlichkeit in sehr weiten Grenzen aufweisen, wodurch der Wehnelt-Unterbrecher als Wellenstromerreger zweiter Ordnung (vgl. Ann. d. Ph. Seite 460) charakterisiert ist. Wie bei allen periodisch rasch veränderlichen Grössen ist es durchaus naturgemäss, an Stelle der schnell aufeinander folgenden Momentanwerte praktisch wichtige Mittelwerte einzuführen. Die Zulässigkeit der Einführung von Mittelwerten bedingt aber ihre genaue Definition und, falls nötig, die scharfe Unterscheidung der verschiedenen etwa in Frage kommenden Mittelwerte von einander. Bisher war es üblich, unter der Bezeichnung (elektrischer) Widerstand schlechtweg den sog. Ohmschen Widerstand R_g zu verstehen, welcher für reinen Gleichstrom stets auch mit dem effektiven Widerstand R_e zusammenfällt, der für die Umsetzung in Wärme massgebend ist und durch die Beziehung von Joule aus $W = \mathfrak{J}^2 . R$ definiert wird, wenn W die aus der elektrischen Energieform in Wärme übergeführten Watt und $\mathfrak{J}$ die Stromstärke in Ampère bezeichnet. Bei Wechselstrom ist einmal R_e von R_g verschieden, wenn im Felde des Stromkreises irgend welche Arbeit geleistet wird, sei es in Form von Ummagnetisierungsarbeit (Hysteresis), Wirbelströmen, oder einer anderen Energieumsetzung; ein zweites Mal tritt neben diese beiden Widerstandsbegriffe des Ohmschen oder Gleichstromwiderstandes R_g und des effektiven (Leistungs-) Widerstandes R_e noch ein weiterer Widerstandsbegriff als dritter. Es ist dies der Ausgleichwiderstand Z (Impedanz), welcher allgemein durch den Quotient der gemessenen Effektivwerte von Wechselspannung $\tilde{E}$ an den Enden der fraglichen Kreislaufstrecke und Wechselstromstärke $\tilde{\mathfrak{J}}$ in derselben gebildet wird und bisher vielfach als sog. scheinbarer Widerstand von dem Ohmschen unterschieden wurde.

Bei Bildung der Widerstandmittelwerte für die aus Gleich- und Wechselkomponenten zusammengesetzten elektrischen Ausgleichsvorgänge, wie sie der Wellenstrom — oben in dem Specialfall des Wehnelt-Unterbrechers — darbietet, muss nun zunächst einmal scharf zwischen jenen drei verschiedenen Widerstandsbegriffen unterschieden werden, da ihre Vermengung sonst unvermeidlich zu unrichtigen Schlüssen führt. Bei einem Wehnelt-Unterbrecher hätte man sonach vorerst folgende drei Widerstandsmittelwerte streng auseinander zu halten:

1) Der Ohmsche oder Gleichstromwiderstand $\overset{w}{R}_g$, praktisch gebildet durch den Ausbreitungswiderstand in der Flüssigkeitsschicht zwischen den beiden Elektroden, d. i. beim Platinunterbrecher der einmalige Ausbreitungswiderstand von der kleinen Platinoberfläche zu der grossen Ableitungselektrode, gewöhnlich Bleiplatte, und beim Lochunterbrecher nach Simon der Ausbreitungswiderstand auf beiden Seiten des „aktiven" Querschnittes. Gemessen wird dieser Mittelwert sehr angenähert durch Messung von Stromstärke $\overset{w}{\mathfrak{J}}_g$ und Spannung $\overset{w}{E}_g$ unmittelbar an den Klemmen des Wehnelt-Unterbrechers und zwar beide mit Instrumenten, welche galvanometrische Mittelwerte angeben. Streng genommen ist dieser Mittelwert $\overset{w}{R}_g$ durch die Gleichung

$$\overset{w}{R}_g = \frac{\overset{w}{E}_g - \overset{w}{E}_p}{\overset{w}{\mathfrak{J}}_g}$$

gegeben, wenn $\overset{w}{E}_p$ die Polarisationsspannung der Wasserzersetzung bezeichnet, doch verschwindet dieser kleine Fehler immer mehr, je höher die Betriebsspannung gewählt wird (vgl. a. a. O. Seite 334).

2) Der effektive oder Leistungsmittelwert $\overset{w}{R}_e$, welcher durch die Beziehung

$$\overset{w}{R}_e = \frac{\overset{w}{W}}{\overset{w}{\mathfrak{J}}^2}$$

definiert ist, wenn $\overset{w}{W}$ die im Wehnelt-Unterbrecher umgesetzten Watt und $\overset{w}{\mathfrak{J}}$ die effektiv gemessene Wellenstromstärke bezeichnet. Auch wenn man voraussetzt, dass keine merkliche Leistung im Felde stattfindet, was praktisch für die den Wehnelt-Unterbrecher allein darstellende Kreislaufstrecke wohl gewöhnlich zutreffen wird, so ist dennoch hier $\overset{w}{R}_e$ mit $\overset{w}{R}_g$ nicht übereinstimmend (vgl. a. a. O. die Tabellen II, III und VI auf Seite 339, bezw. 341, bezw. 447). Dies erklärt sich aus dem Umstande, dass die Momentanwerte der Stromstärke $\overset{w}{i}$ und des Widerstandes $\overset{w}{r}$ sich stets im entgegengesetzten Sinne ändern (vgl. hierzu Fig. 3 auf Seite 199 in No. 17 dieser Zeitschrift), so dass

$$\overset{w}{R}_e \cdot \overset{w}{\mathfrak{J}}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T (\overset{w}{i})^2 \cdot \overset{w}{r} \cdot dt, \text{ oder daraus } \overset{w}{R}_e = \frac{\overset{w}{W}}{\overset{w}{\mathfrak{J}}^2}$$

naturgemäss kleiner sein muss als der galvanometrische Mittelwert

$$\overset{w}{R}_g = \frac{\overset{w}{E}_g}{\overset{w}{J}_g}.$$

Die Grösse des Unterschiedes zwischen $\overset{w}{R}_e$ und $\overset{w}{R}_g$ ist von den Betriebsverhältnissen abhängig und wächst mit relativer Zunahme der Wechselkomponente (vgl. a. a. O. Tabelle VI). Auch hier ist der verhältnismässig kleine Energiebetrag, welcher nicht in Wärme übergeführt wird, sondern zur Wasserzersetzung dient, in dem Wert von $\overset{w}{R}_e$ enthalten.

3. Der Ausgleichwiderstand (sog. scheinbare Widerstand), wie er nach Analogie des Ohmschen Gesetzes sich aus den beiden effektiv gemessenen Grössen der Wellenstromstärke $\overset{w}{J}$ und der Wellenspannung $\overset{w}{E}$ unmittelbar an den Klemmen des Wehnelt-Unterbrechers ergiebt zu

$$\overset{w}{Z} = \frac{\overset{w}{E}}{\overset{w}{J}}.$$

Neben diesem Wellenstrom-Ausgleichwiderstand $\overset{w}{Z}$ könnte man natürlich noch weitere Widerstandswerte einführen durch Kombination von $\overset{w}{E}_g$ und $\overset{w}{J}$, oder $\overset{w}{E}$ und $\overset{w}{J}_g$, doch hätten dieselben ausser einem zwecklosen Definitions-Dasein keine praktische Bedeutung.

Der von Herrn E. Ruhmer aus seinen Messungen abgeleitete und durchgehends mit w bezeichnete Widerstandswert bezieht sich nun allem Anscheine nach auf keine der vorgenannten Widerstandsdefinitionen, sondern stellt, soweit für mich aus den gemachten Angaben ersichtlich, eine etwas komplizierte Grösse dar: nämlich die Beziehung der effektiv gemessenen und im Kreislauf einheitlichen Wellenstromstärke $\overset{w}{J}$ und, wie es scheint, einer galvanometrisch gemessenen Gleichspannung E, welche jedoch nicht an den Klemmen des Unterbrechers, sondern an Unterbrecher und Induktionsspule zusammen (d. i. zwischen Punkt 1 und 3 der Fig. 1 auf Seite 8 in No. 1, oder der Fig. 5 auf Seite 200 in No. 17 dieser Zeitschrift) gemessen ist. Selbst für den Fall, dass Selbstinduktion und Widerstand der Zuleitung nur so kleine Beträge besitzen, dass das gemessene E sich von dem effektiven Wert der Wellenspannung $\overset{w}{E}$ so wenig unterscheidet, dass beide ohne grösseren Fehler gleich gesetzt werden können, was aber auch nicht als allgemein giltig angenommen werden kann (vgl. namentlich hierzu a. a. O. unter III, Seite 345 ff.), würde der für w angeführte Wert nicht als Widerstand des Wehnelt-Unterbrechers bezeichnet werden können. Der angeführte Wert, welcher praktisch der Beziehung $w = \frac{E}{J}$ entspricht, wie eine kleine Nachrechnung ohne weiteres ergiebt, würde vielmehr sehr nahe den Ausgleichwiderstand oder scheinbaren Wellenstromwiderstand der Kombination von Wehnelt-Unterbrecher und Induktionsspule liefern. Die erhaltene Änderung dieses Wertes w mit der Änderung des Selbstinduktionskoeffizienten L und einer offenbar vorgenommenen Änderung des Vorschaltewiderstandes erklärt sich hiernach ohne weiteres aus dem Wellenstromcharakter des Ausgleichvorganges, liefert jedoch keinen sicheren Beweis weder gegen noch für die Annahme von Simon bezüglich des „Widerstandes" im Wehnelt-Unterbrecher, da der unter w angegebene Wert sich gar nicht auf den letzteren allein bezieht und ausserdem keinen der beiden wichtigsten Mittelwerte das ist: $\overset{w}{R}_g$ oder $\overset{w}{R}_e$ liefert; in keinem Falle entspricht er dem letzteren in Formel 2 auf Seite 304 benutzten und gleichfalls mit dem Symbol w bezeichneten Wert. Dass der Mittelwert des Widerstandes im Wehnelt-Unterbrecher nach jeder der drei obigen Definitionen, namentlich auch in seinem wichtigsten und nur mit Hülfe des Wattmeters, oder weniger genau einer kalorimetrischen Messung bestimmbaren effektiven Betrage ($\overset{w}{R}_e$), thatsächlich nicht unabhängig von den Betriebsbedingungen ist, sondern innerhalb weiterer Grenzen variiert, zeigen die Messresultate der oben mehrfach erwähnten Arbeit (vgl. auch daselbst die Anmerkung 2 auf Seite 335). Die Benutzung des Wattmeters zur Bestimmung der im Wehnelt-Unterbrecher umgesetzten elektrischen Leistung, oder auch nur die Messung der Teilspannungen E_g zwischen den verschiedenen Punkten des Stromkreises, besonders an den Enden des Wehnelt-Unterbrechers in Verbindung mit derjenigen der Stromstärke $\overset{w}{J}_g$ mit Hülfe von galvanometrischen Messinstrumenten hätte im obigen Fall die Abweichung von den angeführten Werten für w sofort ergeben.

(Eingegangen 9. April 1900.)

Personalien.

Vor kurzem starb in Davos der Privatdocent der Physik an der Universität Zürich Dr. G. H. v. Wyss.

Der Privatdocent Dr. Konr. Zindler in Wien wurde zum a. o. Professor der Mathematik in Innsbruck ernannt.

Am 3. April starb in Berlin der a. o. Professor der Chemie Geh. Regierungsrat Dr. Robert Schneider, 75 Jahre alt.

An der Universität Wien habilitierten sich Dr. Hasenöhrl und Dr. Steph. Meyer für Physik.

Für die Redaktion verantwortlich Dr. H. Th. Simon in Frankfurt a. M. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.